Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Introdução de variáveis qualitativas no modelo

Nem todos os factores explicativos do valor esperado condicionado da variável dependente são de natureza quantitativa. Por vezes é necessário considerar um ou mais factores qualitativos;

Exemplo: Quando se pretende explicar o salário pensamos em variáveis explicativas como: Nível educação, experiência, género, sector de emprego, localização do emprego, ...

A introdução de variáveis qualitativas no modelo passa pela definição das chamadas variáveis artificiais.

Variáveis artificiais ("dummies"): são variáveis que apenas podem assumir o valor 0 ou o valor 1

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Introdução de variáveis qualitativas no modelo – variáveis artificiais

Factor qualitativo com 2 níveis:

Variável artificial ("dummy") - $d = \begin{cases} 0 & se\ atributo\ não\ está\ presente \\ 1 & se\ atributo\ está\ presente \end{cases}$

Exemplo: a variável artificial género será definida como:

$d = 1$ se género feminino $\qquad$ $d = 0$ se género masculino

A variável qualitativa pode ter efeito:

no termo constante β_0 ou

no coeficiente de uma ou mais das variáveis explicativas x_i

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Introdução de variáveis qualitativas no modelo – variáveis artificiais

Factor qualitativo com 2 níveis:

A - Efeito no termo constante o modelo escreve-se:

$$E[\boldsymbol{y_i}|x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, d_i] = \beta_0 + \boldsymbol{\delta d_i} + \beta_1 educ_i + \beta_2 exper_i + \beta_3 antig_i$$

Estima-se o modelo e efectuam-se os testes como se fosse outra variável qualquer. A única diferença reside na interpretação a dar ao parâmetro.

O coeficiente $\boldsymbol{\delta}$ representa a diferença, no termo independente, entre o salário médio auferido por mulheres ($d_i = 1$) e por homens ($d_i = 0$).

O valor de $\boldsymbol{\delta}$ traduz a variação autónoma de salário das mulheres quando comparado à mesma variação de salário dos homens.

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

A - Efeito apenas no termo constante - o modelo escreve-se:

$$E(lnsal_i) = \beta_0 + \boldsymbol{\delta}\, Mulher + \beta_1\, educ_i$$

$$Mulher = \begin{cases} 1 & se\ for\ sexo\ feminino \\ 0 & caso\ contrario \end{cases}$$

Regression Statistics	
Multiple R	0.391853207
R Square	0.153548936
Adjusted R Square	0.15185094
Standard Error	0.379833124
Observations	1000

ANOVA

	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	2	26.09310638	13.04655	90.4295	8.12E-37
Residual	997	143.8403825	0.144273		
Total	999	169.9334889			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	**6.200159574**	0.063624299	97.44955	0	6.075307	6.325012
mulher	-0.188915925	0.024734521	-7.63774	5.17E-14	-0.23745	-0.14038
educ	**0.054641686**	0.00490542	11.13904	3.04E-27	0.045016	0.064268

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

A - Efeito apenas no termo constante - o modelo escreve-se:

$$E(\widehat{lnsal_i}) = 6.2 - 0.19 + 0.0546\, educ_i$$

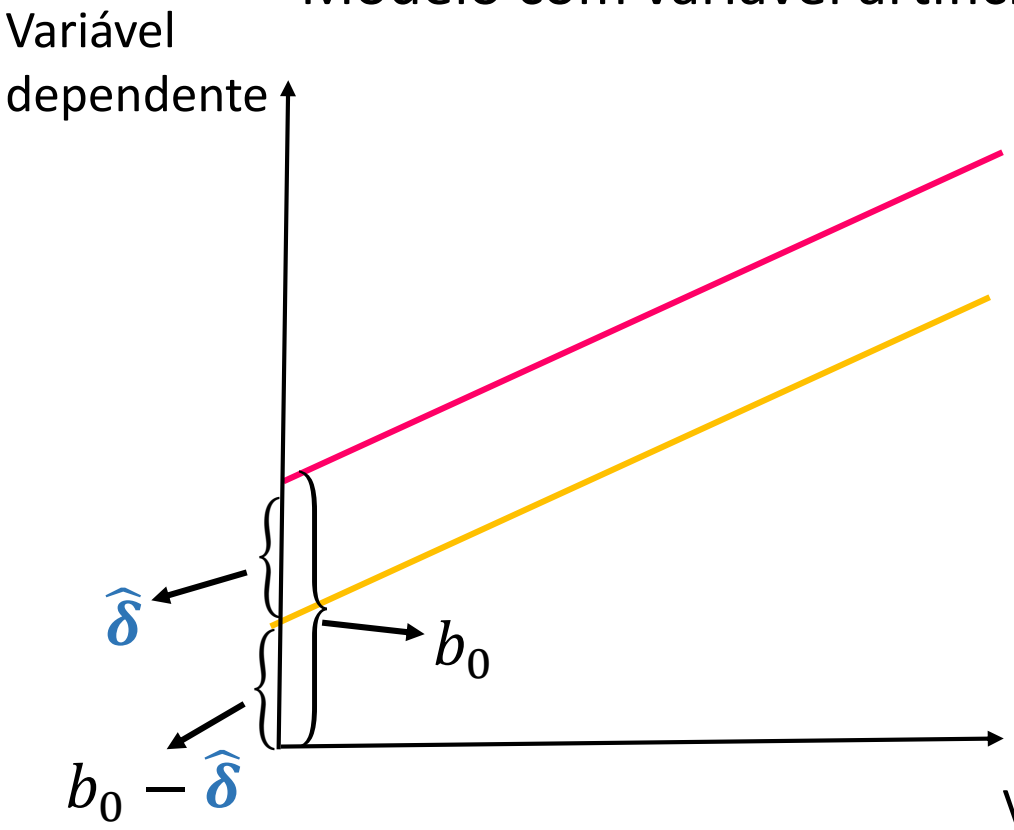
$\delta = -0.19$ diz-nos que, tudo o resto constante o salário médio das mulheres é aproximadamente 19% inferior ao dos homens para o mesmo número de anos de escolaridade.

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

A - Efeito apenas no termo constante - o modelo escreve-se:

Modelo sem variável artificial $E[\boldsymbol{Ln\ sal_i}|educ_i\ ] = \beta_0 + \beta_1\ educ_i$

Modelo com variável artificial $E[\boldsymbol{y_i}|educ, mulher\ ] = \beta_0 + \boldsymbol{\delta} mulher_i + \beta_1 educ_i$



$M = 0$ $\quad E[\boldsymbol{Ln\ \widehat{sal_i}}|Educ_i\ ] = 6.2 + 0.054\ educ_i$

$M = 1$

$E[\boldsymbol{Ln\ \widehat{sal_i}}|Educ_i\ ] = 6.2 - \underbrace{0.19}_{\hat{\delta}} + 0.054\ educ_i$

$\hat{\boldsymbol{\delta}} = -0.19$ diz-nos que, tudo o resto constante o salário médio das mulheres é aproximadamente 19% inferior ao dos homens

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Introdução de variáveis qualitativas no modelo – variáveis artificiais

Factor qualitativo com 2 níveis:

B - Efeito apenas no coeficiente de declive - o modelo escreve-se:

$$E[\boldsymbol{y_i}|x_{i1}, d_i] = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \boldsymbol{\delta} d_i x_{i1}$$

$\boldsymbol{y_i}$: Preço

x_{i1}: Área (m^2)

$$d_i = \begin{cases} 0 & \text{se má localização} \\ 1 & \text{se boa localização} \end{cases}$$

Estima-se o modelo e efectuam-se os testes como se fosse outra variável qualquer.

β_1 mede o impacto da área no preço esperado para um imóvel situado numa má localização ($d_i = 0$);

$\beta_1 + \boldsymbol{\delta}$ mede o mesmo impacto para um imóvel com boa localização ($d_i = 1$).

O valor de $\boldsymbol{\delta}$ traduz a variação $da\ var.dependente$ resultante da diferente localização do imóvel

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

B - Efeito apenas no coeficiente de declive - o modelo escreve-se:

$$E(\widehat{lnsal_i}) = \beta_0 + \beta_1\, educ_i + \boldsymbol{\delta}\, mulher * educ_i$$

SUMMARY OUTPUT						
Regression Statistics						
Multiple R	0,389001167					
R Square	0,151321908					
Adjusted R Square	0,149619444					
Standard Error	0,38033247					
Observations	1000					
ANOVA						
	df	SS	MS	F	Significance F	
Regression	2	25,71465973	12,85733	88,88408	3,00872E-36	
Residual	997	144,2188292	0,144653			
Total	999	169,9334889				
	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	6,128949326	0,063090003	97,14613	0	6,005144897	6,252753755
educ	0,060065189	0,004972262	12,08005	1,88E-31	0,05030789	0,069822489
mulher*educ	-0,014361719	0,001926649	-7,45425	1,96E-13	-0,018142472	-0,010580967

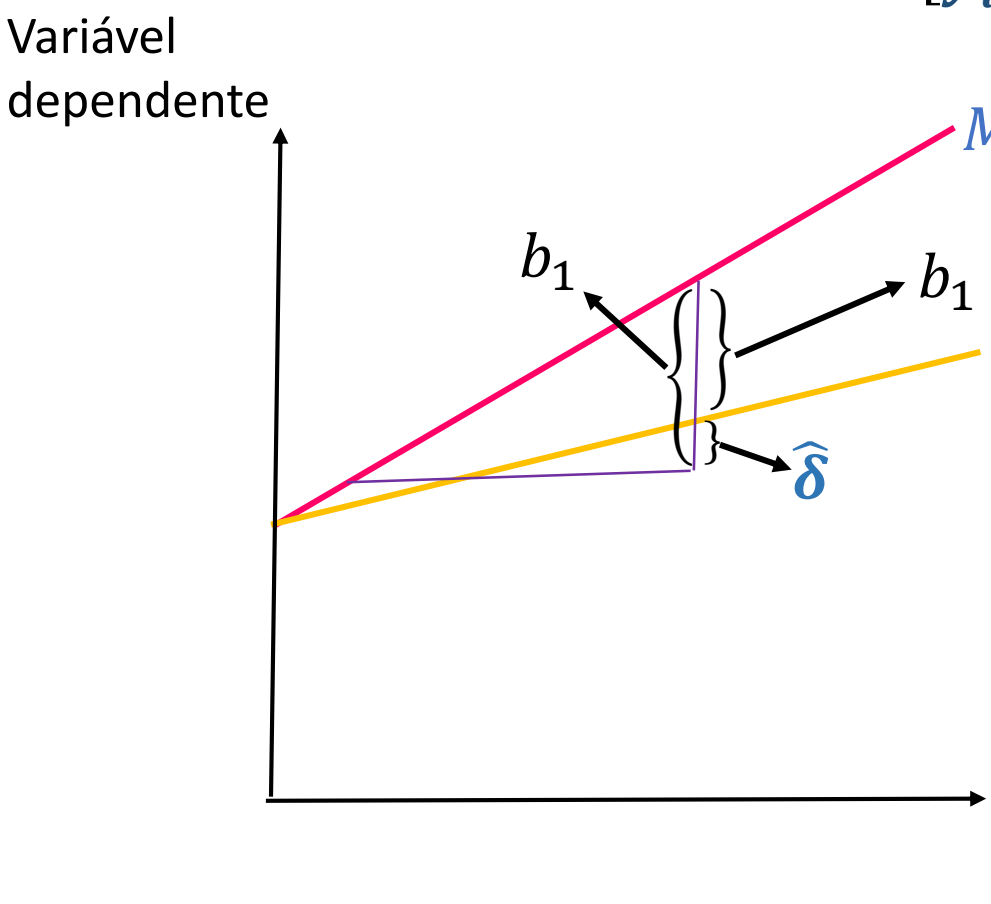
Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

A - Efeito apenas no declive - o modelo escreve-se:

Modelo sem variável artificial $E[\boldsymbol{Ln\ sal_i}|educ_i\ ] = \beta_0 + \beta_1\ educ_i$

Modelo com variável artificial

$$E[\boldsymbol{y_i}|educ, mulher\ ] = \beta_0 + \beta_1\ educ_i + \boldsymbol{\delta} mulher_i * educ_i$$



$M = 0$ $\widehat{E[\boldsymbol{Ln\ sal_i}|Educ_i\ ]} = 6.12 + 0.06\ educ_i$

$M = 1$

$$\widehat{E[\boldsymbol{Ln\ sal_i}|Educ_i\ ]} = 6.12 - \left(\underbrace{0.06}_{b_1} - \underbrace{0.014}_{\hat{\boldsymbol{\delta}}}\right) educ_i$$

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

B - Efeito apenas no coeficiente de declive - o modelo escreve-se:

$$E(\widehat{lnsal_i}) = 6.129 + 0.06\, educ_i - 0.014 mulher * educ_i$$

b_1 – tudo o resto constante, um acréscimo de 1 ano escolaridade traduz-se num aumento esperado de 6% no salário dos homens

$\widehat{\boldsymbol{\delta}} = -0.014$ diz-nos que, tudo o resto constante, para o mesmo número de anos de escolaridade o salário médio das mulheres é aproximadamente 1,4% inferior ao do homem.

$b_1 + \widehat{\boldsymbol{\delta}} = 0.06 - 0.014 = 0.046$ diz-nos que, tudo o resto constante, o valor médio do acréscimo do salário resultante de um ano adicional de escolaridade é para as mulheres apenas de aproximadamente 4.6 % e não de 6%

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Introdução de variáveis qualitativas no modelo – variáveis artificiais

Factor qualitativo com mais de 2 alternativas:

Definem-se tantas variáveis artificiais quanto o **número de alternativas** do factor **menos uma**.

Exemplo: Considerem-se 3 sectores de actividade para um conjunto de empresas (financeiro, industrial, outros). Como existem **3 categorias** utilizam-se 2 variáveis artificiais, d_{i1} e d_{i2}.

$$d_{i1} = \begin{cases} 1 & \text{(a empresa pertence ao sector financeiro),} \\ 0 & \text{(caso contrário)} \end{cases}$$

$$d_{i2} = \begin{cases} 1 & \text{(a empresa pertence ao sector industrial),} \\ 0 & \text{(caso contrário)} \end{cases}$$

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Introdução de variáveis qualitativas no modelo – variáveis artificiais

Factor qualitativo com mais de 2 alternativas:

Uma vez definidas as variáveis artificiais, segue-se um procedimento em tudo semelhante:

A - Efeito apenas no termo constante- o modelo escreve-se:

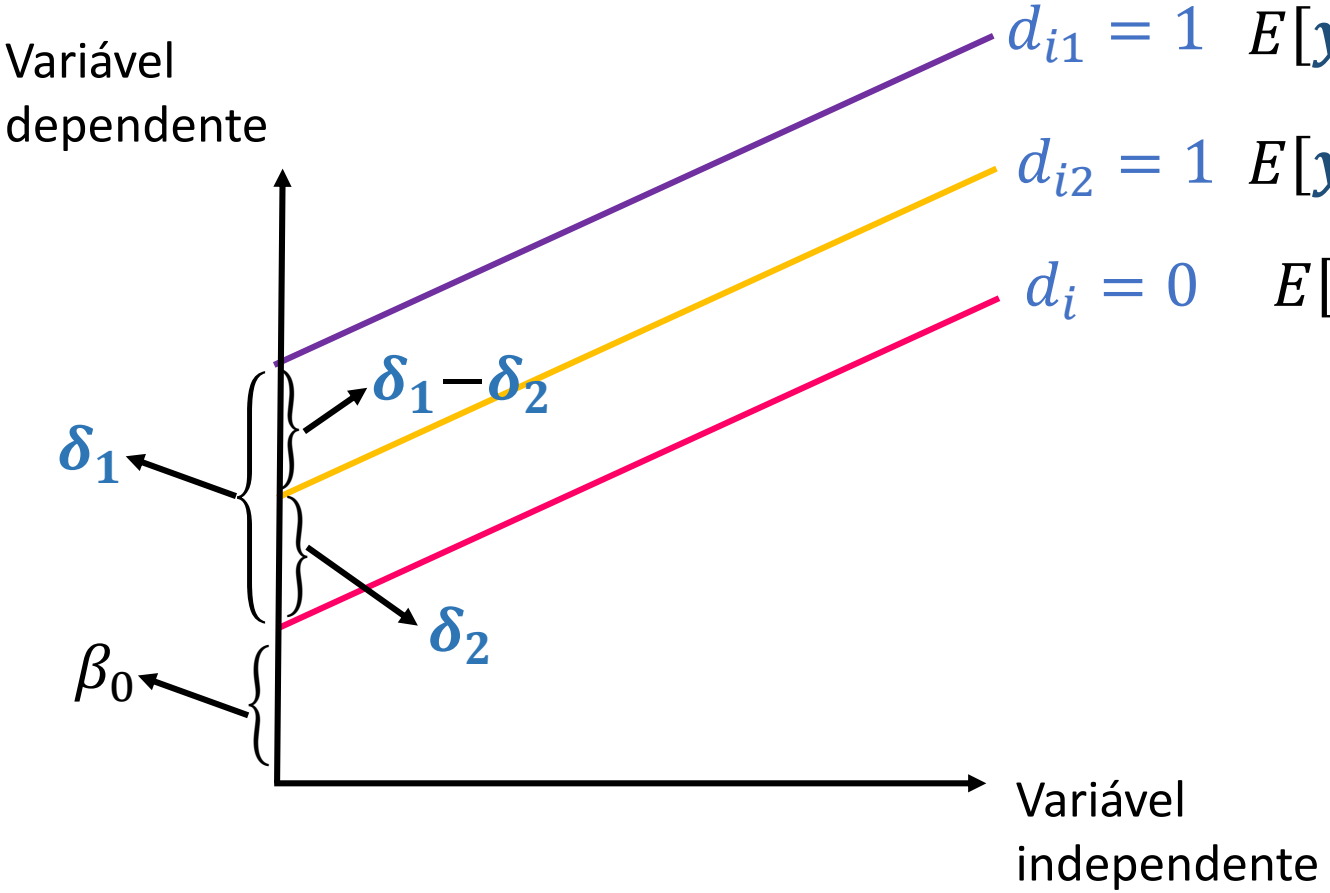
$$E[\boldsymbol{y_i}|x_{i1}, d_{i1}, d_{i2}] = \beta_0 + \boldsymbol{\delta_1} d_{i1} + \boldsymbol{\delta_2} d_{i2} + \beta_1 x_{i1}$$

A correspondência entre sector de actividade e valores das variáveis artificiais é

sector	d_{i1}	d_{i2}
financeiro	1	0
industrial	0	1
Outro	0	0

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Factor qualitativo com mais de 2 alternativas:



$d_{i1} = 1 \quad E[\boldsymbol{y_i}|x_{i1}, d_{i1}] = \beta_0 + \delta_1 + \beta_1 x_{i1}$

$d_{i2} = 1 \quad E[\boldsymbol{y_i}|x_{i1}, d_{i2}] = \beta_0 + \delta_2 + \beta_1 x_{i1}$

$d_i = 0 \quad E[\boldsymbol{y_i}|x_{i1}] = \beta_0 + \beta_1 x_{i1}$

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Introdução de variáveis qualitativas no modelo – variáveis artificiais

Factor qualitativo com mais de 2 alternativas:

Estima-se o modelo e efectuam-se os testes como se fossem outras variáveis explicativas quaisquer.

Interpretação:

δ_1 - representa a diferença no termo independente entre o impacto de uma empresa do sector financeiro e outra do sector "outros", tudo o resto constante.

δ_2 - representa a diferença no termo independente entre o impacto de uma empresa do sector industrial e do sector "outros".

$\delta_1 - \delta_2$ - a diferença entre o sector financeiro e o sector industrial.

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Previsão

- Uma utilidade do MRL consiste em prever o valor da variável dependente y, conhecidos os valores das variáveis explicativas $x_{01}, x_{02}, \cdots, x_{0k}$.

Dois problemas merecem reflexão:

- O que se quer prever?
  - – valor de um imóvel concreto
  - – valor esperado de certo tipo de imóvel
- Como se quer prever?
  - – previsão através de um valor único (previsão pontual);
  - – previsão com base num intervalo.

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Previsão Pontual

A melhor solução quer para o valor de um imóvel particular quer para o valor médio de certo tipo de imóvel é dada por aplicação directa do modelo.

$$\widehat{y_0} = \hat{E}(y_0) = b_0 + b_1 x_{01} + b_2 x_{02} + \cdots + b_k x_{0k}$$

Se y resulta da transformação de uma variável inicial é por vezes mais adequado aplicar uma correcção quando se procede à transformação inversa.

Exemplo: se $y = \ln(salario)$

uma solução possível consiste em obter o salário previsto fazendo

$e^{\widehat{y_0}+s^2/2}$ é a estimativa de σ^2

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Previsão por intervalo

• Uma menor precisão da previsão vai ser compensada pela atribuição de um grau de confiança a esta previsão;

• Os intervalos de previsão (imóvel concreto ou valor médio) vão ser diferentes;

• Para um mesmo grau de confiança, a previsão de um valor médio requer um intervalo de menor amplitude (é mais fácil prever “em média” do que para um caso particular);

• A obtenção dos intervalos é um pouco mais complicada do que o cálculo das previsões pontuais;

• Para além do grau de confiança desejado e do tipo de previsão (imóvel concreto ou valor médio) vão ser muito importantes:

– Características do imóvel; – Qualidade do modelo.

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Previsão por intervalo - Previsão em média

Os intervalos de previsão para $\hat{E}(y_0)$ calculam-se como os intervalos de confiança.

Para um grau de confiança de $(1-\alpha)*100\%$

$$\left(\hat{E}(y_0) - t\alpha_{/2} * s_0, \hat{E}(y_0) + t\alpha_{/2} * s_0\right) \qquad t\alpha_{/2}: P\left(T_{(n-k-1)} > t\alpha_{/2}\right) = {}^{\alpha}/_{2}$$

Como obter s_0?

- Utilizar como aproximação (por defeito) $s_0 = \frac{s}{\sqrt{n}}$

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Previsão por intervalo - Previsão em média

- Exemplo

$$lnsal_i = \beta_0 + \boldsymbol{\delta}\, mulher + \beta_1 educ_i + \beta_2 exper_i + \beta_3 antig_i + \varepsilon_i$$

$$mulher = \begin{cases} 1 & género\ feminino \\ 0 & género\ masculino \end{cases}$$

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0.475227522
R Square	0.225841198
Adjusted R Square	0.222729002
Standard Error	0.363615991
Observations	1000

ANOVA

	df	*SS*	*MS*	*F*	*Significance F*
Regression	4	38.37798267	9.594496	72.5665	5.58981E-54
Residual	995	131.5555063	0.132217		
Total	999	169.9334889			

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*
Intercept	5.876184905	0.070086209	83.84224	0
educ	0.055711258	0.004702554	11.84702	2.2E-30
exper	0.023363019	0.002461073	9.49302	1.61E-20
antig	0.004540699	0.002346242	1.935307	0.053236
mulher	-0.19428109	0.023693236	-8.19985	7.37E-16

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Previsão por intervalo - Previsão em média

Exemplo:

$$lnsal_i = \beta_0 + \beta_1 educ_i + \beta_2 exper_i + \beta_3 antig_i + \varepsilon_i$$

Pretende-se a previsão pontual do salário médio de uma mulher com 10 anos de escolaridade, 15 de experiência e 5 de antiguidade na empresa onde agora se encontra.

$$\widehat{lnsal_0} = \hat{E}(lnsal_0) = 5.8762 - 0.1943 + 0.0557 * 10 + 0.0234 * 15 + 0.0045 * 5$$

$$= 7.0007$$

$\Rightarrow$ Previsão para o Salário médio desta mulher é

$$\approx e^{\widehat{lnsal_0} + s^2/2} = e^{(7 + 0.0364^2/2)} = 1171.74$$

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Previsão por intervalo - Previsão em média

Calcule o intervalo de confiança a 90% para a previsão do salário médio de uma mulher com 10 anos de escolaridade, 15 de experiência e 5 de antiguidade na empresa onde agora se encontra.

$(1-\alpha) = 0.9 \quad \Rightarrow \alpha = 0.1 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05$

$$t\alpha_{/2}: P\left(T_{(1000-4-1)} > t\alpha_{/2}\right) = 0.05 \Leftrightarrow t\alpha_{/2} = 1.645 \quad s_0 = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.3636}{\sqrt{1000}} = 0.0115$$

$$\left(\hat{E}(y_0) - t\alpha_{/2} * s_0, \hat{E}(y_0) + t\alpha_{/2} * s_0\right) \approx (7 - 1.645 * 0.0115, 7 + 1.645 * 0.0115)$$

$$\approx (6.947, 7.0534)$$

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

- Exercício $7\ Cap.10\ +\ 3\ Cap.11$

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0.994052024
R Square	0.988139427
Adjusted R Square	0.987348722
Standard Error	0.45093344
Observations	65

ANOVA

	df	*SS*	*MS*	*F*
Regression	4	1016.456225	254.1141	1249.694
Residual	60	12.20045803	0.203341	
Total	64	1028.656683		

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*
Intercept	0.046096374	0.253748635	0.181662	0.856461
dim	0.070004068	0.001065701	65.68827	1.35E-57
sat	1.419784503	1.160601656	1.223318	0.225993
sat2	4.348833678	1.166537451	3.727985	0.00043
server	0.123546013	0.159023561	0.776904	0.440268

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

- Exercício $7\ Cap.10\ +\ 3\ Cap.11$

7 a) $H_0: \beta_1 \geq 0 \quad contra\ H_1: \beta_1 < 0$ Estatística teste $\frac{b_1-\beta_1}{s_{\beta_1}} \sim t_{\left(\underbrace{65-4-1}_{60}\right)}$

$$t_{obs} = \frac{0{,}07 - 0}{0{,}0011} = 65.68 \qquad Valor - p = P\left(t_{(60)} < 65.68\ \right) \approx 1$$

ou $para\ nível\ significância = \alpha = 0.05 \quad t_\alpha: P\left(t_{(60)} < t_\alpha\right) = 0.05 \Leftrightarrow t_\alpha = -1.671$

$$W = \{b_1: b_1 < -1.671\} \qquad 0{,}07 \notin W \qquad \Rightarrow não\ se\ rejeita\ H_0$$

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0.94243621
R Square	0.88818601
Adjusted R Square	0.88457911
Standard Error	1.36203245
Observations	65

ANOVA

	df	*SS*	*MS*	*F*
Regression	2	913.6384744	456.8192	246.2462
Residual	62	115.0182085	1.855132	
Total	64	1028.656683		

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*
Intercept	2.06265563	0.286657988	7.195528	9.86E-10
dim	0.06896647	0.003151866	21.88116	7.41E-31
server	-0.35196866	0.472471834	-0.74495	0.459116

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

7 b) $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0 \quad contra\ H_1: \exists \beta_j \neq 0 \quad j = 2,3$

$$F = \frac{(VR_0 - VR_1)/\overbrace{(k-p)}^{m}}{VR_1/(n-k-1)} \sim F_{(m,n-k-1)} \qquad R_0^2 = 1 - \frac{VR_0}{VT_0} = 0.8882 \Leftrightarrow VR_0 = 115.018$$

$$F_{obs} = \frac{(115.018 - 131.556)/\overbrace{(4-2)}^{2}}{131.556/(65-4-1)} = 252.82$$

$$Valor - p = P\left(F_{(2,60)} > 252.82\right) \approx 0$$

ou $f_{0.05}: P\left(F_{(2,60)} > f_{0.05}\right) = 0.05 \Rightarrow f_{0.05} = 3.1504$

$W = \{f_{obs}: f_{obs} > 3.1504\} \Rightarrow 252.82 \in W$ Rejeita-se H_0

, isto é, pelo menos uma das var.(s) que representam o grau de saturação da rede explica o tempo de transmissão de ficheiros entre 2 computadores

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

- Exercício 7 $Cap.10 + \mathbf{3\ Cap.11}$

a) $E[\boldsymbol{tempo}|dim, sat, sat^2, d] = \beta_0 + \beta_1\, dim + \delta server + \beta_1 sat + \beta_1\, sat^2$

$$server = \begin{cases} 1 & liga\tilde{c}ão\ passa\ por\ um\ servidor\ da\ marca\ XYZ \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

$\widehat{\delta} = 0.1235$ Se a ligação passa por um servidor da marca XYZ, em média, o tempo aumenta aproximadamente 0.12 segundos.

$H_0: \delta = 0 \quad contra \quad H_1: \delta \neq 0$ Estatística teste $\frac{\widehat{\delta} - \delta}{s_\delta} \sim t_{(\underbrace{65-4-1}_{60})}$

$$t_{obs} = \frac{0{,}1235 - 0}{0{,}159} = 0.7769 \qquad Valor - p = P\left(t_{(60)} < 0.7769\right) = 0.4403$$

ou $t\alpha_{/2}: P\left(t_{(60)} > \left|t\alpha_{/2}\right|\right) = 0.05 \Leftrightarrow t\alpha_{/2} = 2 \quad W = \{\widehat{\delta}: |\widehat{\delta}| > 2\}$ Não se rejeita H_0

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

- Exercício 7 $Cap.10 + \mathbf{3\ Cap.11}$

b) $E[\boldsymbol{tempo}|dim, sat, sat^2, d] = \beta_0 + \beta_1\, dim + \delta server * dim + \beta_1 sat + + \beta_1 sat^2$

$$server = \begin{cases} 1 & ligação\ passa\ por\ um\ servidor\ da\ marca\ XYZ \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

$\widehat{\delta} = 0.0019$

Se a ligação passa por um servidor da marca XYZ uma variação de 1 MB na dimensão faz o tempo variar, em média, aproximadamente 0.0019 segundos.

$H_0: \delta = 0 \quad contra \quad H_1: \delta \neq 0$

Estatística teste $\frac{\widehat{\delta} - \delta}{s_\delta} \sim t_{(\underbrace{65-4-1}_{60})}$

$$t_{obs} = \frac{0{,}019 - 0}{0{,}0021} = 0.8982$$

$$Valor - p = P\left(t_{(60)} > |0.8982|\right) = 0.3727$$

ou $t\alpha_{/2}: P\left(t_{(60)} > \left|t\alpha_{/2}\right|\right) = 0.05 \Leftrightarrow t\alpha_{/2} = 2 \quad W = \{\widehat{\delta} : |\widehat{\delta}| > 2\}$ Não se rejeita H_0

Capítulo 11 – Complementos sobre o Modelo de Regressão linear

Previsão por intervalo - Previsão em média

Exemplo:

$$tempo_i = \beta_0 + \beta_1 dim_i + \beta_2 sat_i + \beta_3 sat^2{}_i + \varepsilon_i$$

$IC^{0.95}_{\hat{E}(tempo_0)}$ quando $dim = 100MB, sat = 0.8$ $\qquad s_0 = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.4495}{\sqrt{65}} = 0.0557$

$$\hat{E}(tempo_0) = 0.0603 + 0.07 * 100 + 1.523 * 0.8 + 4.22 + 0.8^2 = 10.9667$$

$$(1-\alpha) = 0.95 \Rightarrow {}^{\alpha}/_{2} = 0.025 \quad t{}_{\alpha/2}: P\left(T_{(65-3-1)} > t{}_{\alpha/2}\right) = 0.025 \Leftrightarrow t{}_{\alpha/2} = 1.9647$$

$$\left(\hat{E}(y_0) - t{}_{\alpha/2} * s_0, \hat{E}(y_0) + t{}_{\alpha/2} * s_0\right)$$

$$\approx (10.9667 - 1.9647 * 0.0557, 10.9667 + 1.9647 * 0.0557) = (10.857, 11.076)$$